EX 25 :

$f(x)=\sqrt{x^2+2x+3}$

$x^2+2x+3=0$

$\Delta'=-2<0 \Rightarrow x^2+2x+3>0 \quad \forall x\in IR$

$D_f=\mathbb{R}$

f est dérivable sur tout IR car $x^2+2x+3>0$

$f'(x)=\frac{2(x+1)}{2\sqrt{x^2+2x+3}}=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+3}}$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	$+\infty$ ↘	$\sqrt{2}$	↗ $+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{\frac{x^2+2x+3}{x^2}}=1$

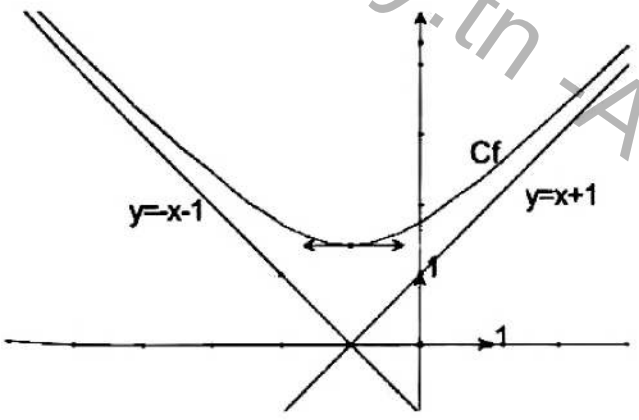
$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)-x=\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+2x+3}-x=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x+3}{x+\sqrt{x^2+2x+3}}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2+\frac{3}{x}}{1+\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}}=1$

Δ_1 : y=x+1 est une asymptote à (ζ) au voisinage ($+\infty$)

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=-1 \qquad \lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x)=-1$

(ζ) admet la droite D_2 :y=-x-1 comme asymptote au voisinage de ($-\infty$)



EX 26 :

$f(x)=5x+3\sqrt{x^2-1}$

$D_f=]-\infty,-1]\cup[1,+\infty[$

- f est dérivable sur $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

$\lim\limits_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{5(x-1)+3\sqrt{x^2-1}}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to1^+}5+\frac{3(x+1)}{\sqrt{x^2-1}}=+\infty$

f non dérivable à droite en 1, de même f non dérivable à gauche en (-1)

* pour $x\in]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

$f'(x)=5+3(\frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}})=5+\frac{3x}{\sqrt{x^2-1}}$

- pour $x\in]1,+\infty[$; $f'(x)>0$
- pour $x\in]-\infty,-1[$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\frac{3x}{\sqrt{x^2-1}}=-5\Leftrightarrow\frac{9x^2}{x^2-1}=25$

$\Leftrightarrow x^2=\frac{25}{16}\Leftrightarrow x=\frac{-5}{4}$

x	$-\infty$	$-\frac{5}{4}$	-1	1	$+\infty$
f'(x)	+	0	- | //// |	+	
f(x)	↗	-4	↘ /// ////	↗	$+\infty$
	$-\infty$		-5 ///	5	

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(3\sqrt{x^2-1}+5x)$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{9(x^2-1)-25x^2}{3\sqrt{x^2-1}-5x}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{16x^2+9}{5x-3\sqrt{x^2-1}}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{16x+\frac{9}{x}}{5+3\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}=-\infty$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn